

Načrtovanje vodenja naklonskega kota rakete

Seminarska naloga: Regulacije 2.

Študijsko leto 2008/2009.

Fakulteta za elektrotehniko. Ljubljana, Slovenija

15. december 2008

1 Uvod

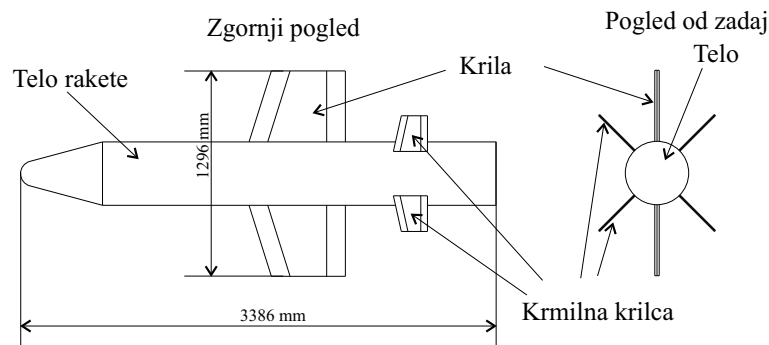
V seminarski nalogi je potrebno načrtati vodenje za raketo, ki služi pri testiranju raketnih motorjev (Air-Turbo Ram Jet (ATR)). S helikopterjem dvignejo raketo do višine 2000 m nad tlemi in jo nato spustijo, da pada proti tlam. Po tem, ko raketa pri padanju dobi zadostno hitrost, jo izravnamo (pulled-out) v vodoravno lego (a cruising glide-path). V tej fazi leta se izvajajo meritve na motorju in po tej fazi sledi pristanek s padalom. Tesni let tako lahko razdelimo v 8 faz: 1. spust s helikopterja, 2. faza pridobivanja hitrosti (the nose dive phase), 3. izravnavo (the pull-out), 4. jadralna faza (the glide cruise), 5. faza testiranja motorja, 6. odpiranje padala, 7. jadanje s padalom in 8. pristanek.

Vsaka faza leta zahteva posebno vodenje rakete, ker je dinamika rakete s časom spremenljiva. To pomeni, da se parametri rakete spreminjajo glede na delovno točko rakete. Poleg tega je dinamika rakete zelo nelinearna in jo je potrebno linearizirati v vsaki delovni točki posebej.

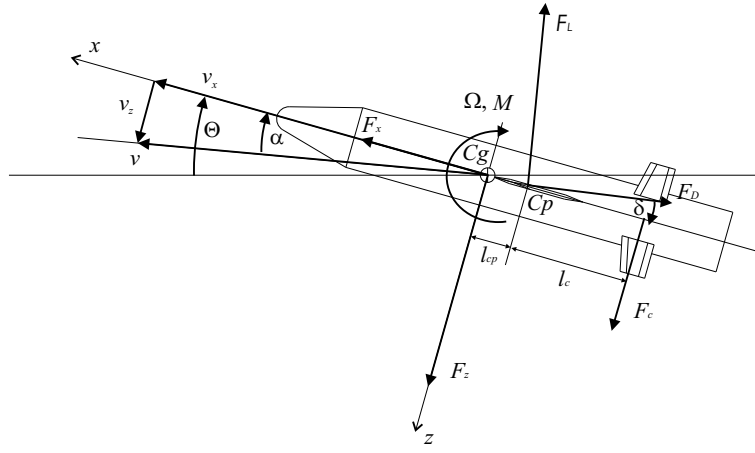
2 Model rakete

Raketo sestavljajo: telo, dve krili za vodoravni let in štiri repna krmilna krilca v X obliki. Oblika rakete in dimenzije so dane na sliki 1.

V našem primeru bomo obravnavali, načrtovali vodenje vzdolžnega gibanja rakete, t.j. obravnavali bomo model rakete, ki ga lahko predstavimo z $\frac{\Theta(s)}{\delta(s)}$, kjer je Θ je kot rakete glede na vodoravno lego (the pitch angle) in δ kot premika krmilnih krilc. Diagram sil, momentov in kotov je prikazan na sliki 2, kjer x in z predstavljata koordinate sistema, v je hitrost rakete, v_x in v_z sta komponenti hitrosti v x in z smeri, Θ je naklonski kot, Ω je kotna hitrost, F_g je sila gravitacije, F_L je sila vzgona, F_D je sila upora, F_x je sila v smeri x osi, F_z je sila v smeri z osi, M je moment, ki ga povzročata sila vzgona in upora, F_c je sila krmilnih krilc, C_p je center potiska, C_g je težišče rakete, l_{cp} je ročica centra potiska in l_c je ročica sile krmilnih krilc.



Slika 1: Oblika in osnovne dimenzije rakete.



Slika 2: Diagram sil, momentov in kotov.

Gibanje rakete lahko predstavimo z Eulerjevimi enačbami gibanja. Pri poenostavitvi problema na dve dimenziji lahko gibanje predstavimo z naslednjimi enačbami:

$$\begin{aligned} F_x - mg \sin \Theta &= m(\dot{v}_x + \Omega v_z) \\ F_z + mg \cos \Theta &= m(\dot{v}_z - \Omega v_x) \\ M &= I_y \dot{\Omega} \\ \Omega &= \dot{\Theta} \end{aligned} \quad (1)$$

Zračni tok v primeru različnih oblik in z njim povezane aerodinamične sile in momente običajno izrazimo z uporabo aerodinamičnih koeficientov. V našem primeru dobimo naslednje aerodinamične sile:

$$\begin{aligned} F_L &= qSC_{L\alpha}\alpha \\ F_D &= qSC_D \\ q &= \frac{\rho v^2}{2} \\ \alpha &= \arctan \frac{v_z + \Omega l_{cp}}{v_x} \end{aligned} \quad (2)$$

kjer sta F_L in F_D sili vzgona in upora, S površina kril, α napadni kot, q pritisk zaradi gibanja telesa in aerodinamična koeficienta $C_{L\alpha}$ in C_D . Koeficienti so običajno podani tabelarično in so zelo odvisni od razmer letenja. Komponente sil na telo rakete v smeri osi x in z lahko zapošmo kot:

$$\begin{aligned} F_{XB} &= -F_D \cos \alpha + F_L \sin \alpha \\ F_{ZB} &= -F_L \cos \alpha - F_D \sin \alpha \end{aligned} \quad (3)$$

Vzgonska sila in sila upora povzročata tudi vrtilni moment. Moment je odvisen od sil in njihovih ročic glede na center vrtenja. Ročice so odvisne od napadnega kota α . Izra cun momenta dobimo z naslednjo enačbo:

$$M_B = qSlC_{M\alpha}\alpha \quad (4)$$

kjer je l celotna dolžina rakete in $C_{M\alpha}$ predstavlja koeficient:

$$C_{M\alpha} = C_{L\alpha} \frac{l_{cp}}{l} \quad (5)$$

ki ga običajno dobimo s pomočjo tabel. Odmik krmilnih krilc za kot δ povzroči krmilno silo F_C :

$$F_C = qSC_{L\delta}\delta \quad (6)$$

Moment krmilne sile M_C dobimo z naslednjo enačbo, kjer sta F_{XC} in F_{ZC} krmilni sili v smeri os x in z :

$$\begin{aligned} F_{XC} &= n_e F_C \sin \alpha \\ F_{ZC} &= n_e F_C \cos \alpha \\ M_C &= F_{ZC} l_c \end{aligned} \quad (7)$$

in je $n_e = 2\sqrt{2}$ zaradi geometrije krilc.

Nelinearni dinamični model rakete nam predstavlja sistem naslednjih enačb:

$$\begin{aligned} F_X &= F_{XB} + F_{XC} \\ F_Z &= F_{YB} + F_{ZC} \\ M &= M_B + M_C \end{aligned} \quad (8)$$

Za naš primer je nelinearni model lineariziran okoli delovne točke: $v_x = 150 \text{ m s}^{-1}$, $v_z = 0$, $\alpha = 0$, $\Omega = 0$ and $\Theta = 0$. Prenosna funkcija je naslednja:

$$G_p(s) = \frac{\Omega(s)}{\delta(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad (9)$$

kjer je $G_r(s)$ prenosna funkcija med kotom hitrostjo nagiba rakete Ω in kotom odklona krmilnih krilc δ . Parametri modela so naslednji a_1 , a_0 , b_1 in b_0 :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{qSC_{L\alpha}}{mv_x} + \frac{qSC_{M\alpha}l_{cp}}{I_y v_x} = 0.739 \\ a_0 &= -\frac{qSC_{M\alpha}l}{I_y} = 0.921 \\ b_1 &= \frac{qSC_{L\alpha}l_c}{n_e I_y} = 1.151 \\ b_0 &= \frac{q^2 S^2 C_{L\delta}}{n_e m v_x I_y} (C_{L\alpha} l_c + C_{M\alpha} l) = 0.1774 \end{aligned} \quad (10)$$

3 Naloge

3.1 Načrtovanje kompenzatorjev z uporabo diagrama lege korenov (DLK)

Po metodi DLK načrtajte kompenzator (ali več kompenzatorjev), ki bo izreguliral kot nagiba θ in zadostil naslednjim zahtevam:

- zahtevan prenehaj $M_p \leq 0.1$
- čas vzpona $T_r \leq 2 \text{ s}$,
- čas izravnave $T_s \leq 10 \text{ s}$ in
- napaka v ustaljenem stanju $e_{ss} \leq 0.02$.

3.1.1 Navodila za reševanje problema:

Načrtovanje kompenzatorjev po metodi DLK zahteva nekaj iteracij naslednjih korakov:

1. narišite DLK za originalni, nereguliran sistem
2. iz zahtev izračunajte željene zaprtozančne pole in izračunajte parametre kompenzatorja, ki rezultira v željenih zaprtozančnih polih,
3. izračunajte ojačenje sistema v željenih polih,
4. simulirajte zaprtozančni sistem z izračunanim kompenzatorjem,
5. iz odziva ugotovite ali so zahteve izpolnjene, oziroma kaj moramo spremeniti glede na dobljeni odziv na stopnico (referenčni signal $\theta_r = 0.2rd$),
6. dodajte ali spremenite prehitevalni del (ali zakasnilni, oz. prehitevalno-zakasnilni,
7. narišite Bodejev diagram
8. ponovite korake od 3. do 7., dokler ne dobite ustreznih rezultatov.

Vse korake v načrtovanju je potrebno v poročilu dokumentirati!

3.2 Načrtovanje kompenzatorjev z uporabo Bodejevega digrama

Po frekvenčni metodi (Bodejev diagram) načrtajte kompenzator (ali več kompenzatorjev), ki bo izreguliral kot nagiba θ zadostil naslednjim zahtevam:

- zahtevan prenehaj $M_p \leq 0.1$
- čas vzpona $T_r \leq 5 \text{ s}$,
- čas izravnave $T_s \leq 10 \text{ s}$ in
- napaka v ustaljenem stanju $e_{ss} \leq 0.02$.

3.2.1 Navodila za reševanje problema:

Načrtovanje kompenzatorjev po frekvenčni metodi zahteva nekaj iteracij naslednjih korakov:

1. narišite Bodejev diagram za originalni, nereguliran sistem
2. iz zahtev izračunajte fazni in amplitudni razloček in konstante pogreškov,
3. izračunajte kompenzator,
4. simulirajte zaprtozančni sistem z izračunanim kompenzatorjem,
5. iz odziva ugotovite ali so zahteve izpolnjene, oziroma kaj moramo spremeniti glede na dobljeni odziv na stopnico (referenčni signal $\theta_r = 0.2rd$),
6. dodajte ali spremenite prehitevalni del (ali zakasnilni, oz. prehitevalno-zakasnilni,
7. narišite DLK
8. ponovite korake od 3. do 7., dokler ne dobite ustreznih rezultatov.

Vse korake v načrtovanju je potrebno v poročilu dokumentirati!

Seminarsko nalogo je potrebno oddati 6.1.2009 na avditornih vajah ali po elektronski poti.